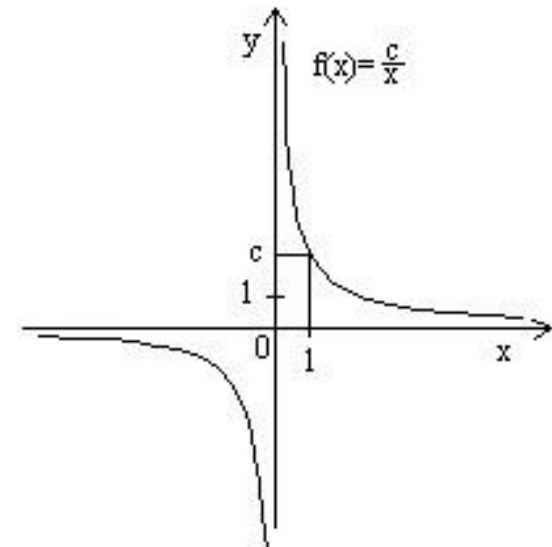


Fordítottan arányos mennyiségek



ÖSSZEFÜGGŐ MENNYISÉGEK

Mennyiség: megmutatja, hogy valamiből mennyi van.

Pl. sok, kevés, 25 db, 5 méter.

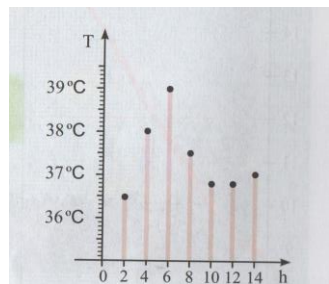
Nagyság vagy darabszám vagy számokkal kifejezett nagyság.

A dolgoknak megmérhető vagy kiszámítható tulajdonságai.

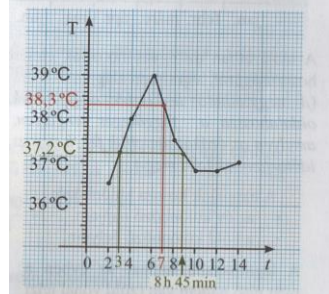
Két mennyiségre azt mondjuk, hogy FÜGGŐ mennyiségek, ha az egyik változása a másikon is változást eredményez.

Példa1: az út hossza, amit az autó megtehet adott idő alatt, függ az autó sebességétől

Példa2: egy adott munka elvégzéséhez szükséges idő függ a munkások számától



diagramm

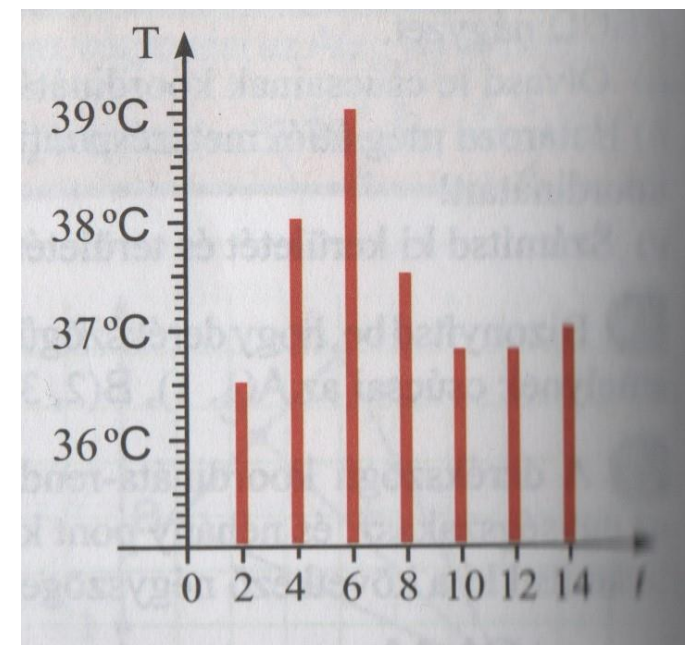


grafikon

a hőmérséklet mérésének ideje (t) órában kifejezve (h)	2	4	6	8	10	12	14
a mért testhőmérséklet (T) °C-ban kifejezve	36,5	38	39	37,5	36,8	36,8	37

táblázat

hisztogramm
(oszlopos diagramm)

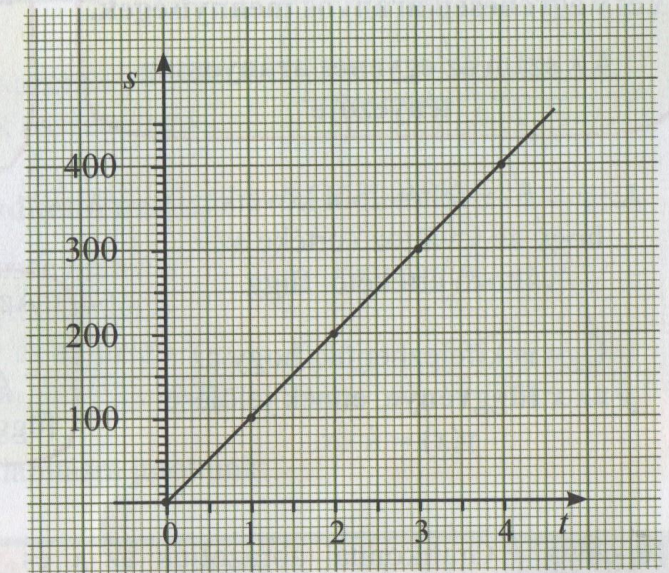


A függőmenyiségek számértékeit különböző alakban ismertethetjük:

Egyenesen arányos mennyiség

15. példa: Az autó $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel halad. Táblázattal és grafikonnal is bemutatjuk a megtett utat az utazás időtartamától függően.

idő t	a megtett út hossza s
0 h	0 km
1 h	100 km
2 h	$2 \cdot 100 \text{ km} = 200 \text{ km}$
3 h	$3 \cdot 100 \text{ km} = 300 \text{ km}$
4 h	$4 \cdot 100 \text{ km} = 400 \text{ km}$
...	...
t h	$t \cdot 100 \text{ km}$



A megtett út s hosszát az utazás t időtartamától függően a következő képlet fejezi ki:

$$s = 100 \cdot t.$$

Azért, hogy hangsúlyozzuk, hogy az s változó értéke a t változó értékétől függ,

ezt így írjuk:
$$s(t) = 100 \cdot t.$$

A grafikonon látjuk, hogy a t változó minden értékéhez az s függő változónak pontosan egy értéke tartozik.

A megtett út hossza és a hozzá tartozó idő hányadosa minden értékre egyenlő.

$$\frac{100}{1} = \frac{200}{2} = \frac{300}{3} = \dots = \frac{100 \cdot t}{t} = 100$$

Egyenesen arányos mennyiség

Ha az x és y változó mennyiségek összefüggése kifejezhető az

$$y = k \cdot x \quad (k \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$$

feltétellel, akkor azt mondjuk, hogy az x és y **egyenesen arányos mennyiségek**.

A k szám az **egyenes arányosság tényezője**.

y – függő változó (függvény)

x – független változó

$$y = k \cdot x \quad \frac{y}{x} = k$$

Egyenesen arányos mennyiség

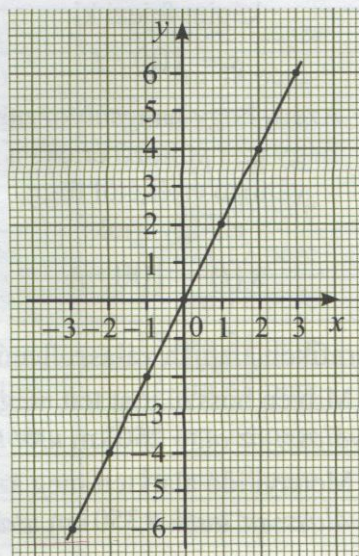
a) $y = 2 \cdot x$

Legelőször az összefüggő mennyiségekhez tartozó néhány összetartozó értékpárt határozzuk meg.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

Ha a k pozitív szám, akkor az x és y egyenesen arányos mennyiségek összetartozó értékpárjai, miközben $y = k \cdot x$, azonos előjelűek, vagy mindkettő nulla.

Amikor $k > 0$, akkor az x és y egyenesen arányos mennyiségek függvényének grafikonját az első és a harmadik negyed és az origó uniója tartalmazza.



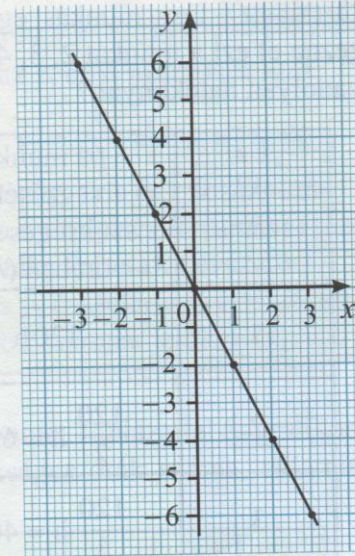
b) $y = -2 \cdot x$

Legelőször az összefüggő mennyiségek néhány összetartozó értékpárját határozzuk meg.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2	-4	-6

Ha a k negatív szám, akkor az x és y egyenesen arányos mennyiségek összetartozó értékpárjai, miközben $y = k \cdot x$, különböző előjelűek, vagy mindkettő nulla.

Amikor $k < 0$, az x és y egyenesen arányos mennyiségek függvényének grafikonját a második és negyedik negyed és az origó uniója tartalmazza.



Feladat: Ábrázold grafikonnal a következő egyenesen arányos mennyiségeket : $y = 3x$

$$y = \frac{1}{2}x$$

Fordítottan arányos mennyiségek

18. példa: Egy munkás egy munkát 120 óra alatt végez el. Mennyi idő alatt végezné el ezt a munkát 2, 3, 4, 5 vagy 6 munkás, ha egyszerre dolgozna, mindegyik ugyanolyan hatékonyan?

x a munkások száma	t a munka elvégzéséhez szükséges idő, órában (h)
1	120 h
2	$\frac{120}{2} h = 60 h$
3	$\frac{120}{3} h = 40 h$
4	$\frac{120}{4} h = 30 h$
5	$\frac{120}{5} h = 24 h$
6	$\frac{120}{6} h = 20 h$



A munka elvégzéséhez szükséges órák számát, t -t, a munkában résztvevők számától, x -től függően,

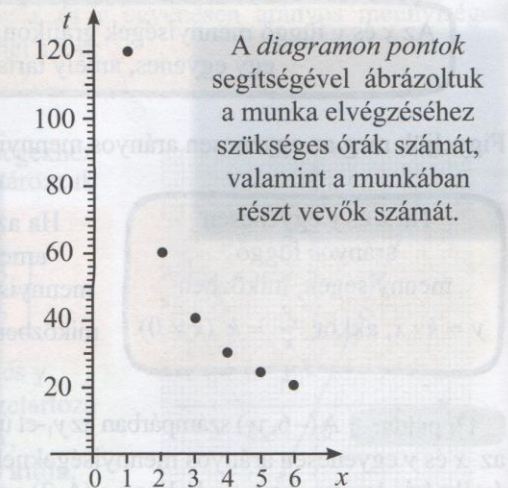
$$\text{a képlet fejezi ki: } t = \frac{120}{x}.$$

A munka elvégzéséhez szükséges órák száma a munkások számától függ, ezt így fejezzük ki:

$$t(x) = \frac{120}{x}.$$

A munkások számának és a munkára fordított megfelelő órák számának szorzata állandó.

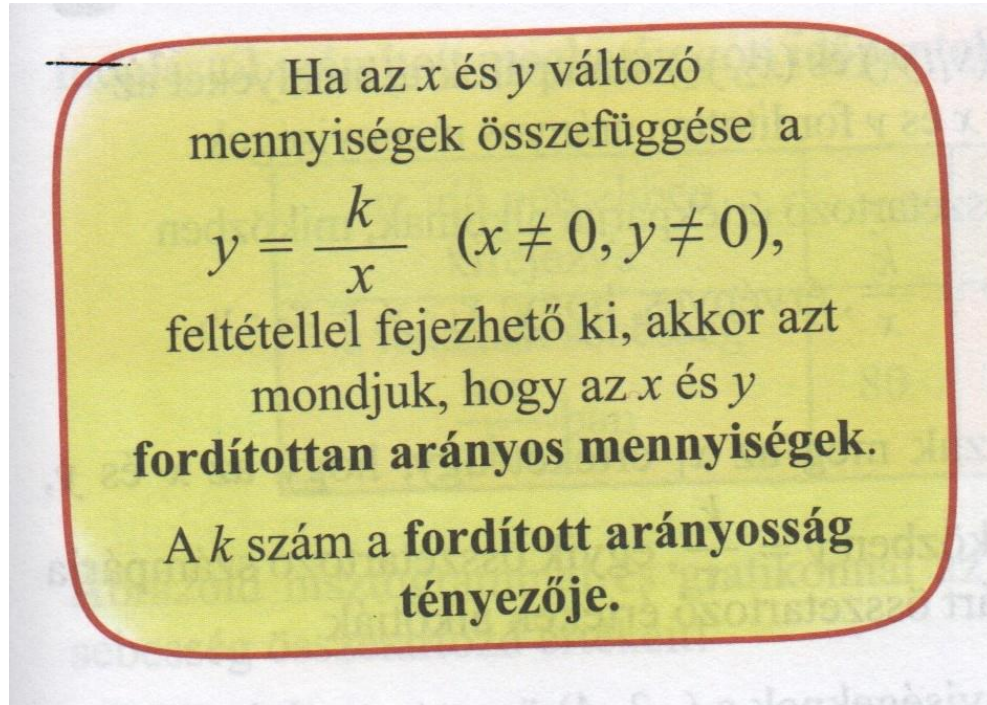
$$1 \cdot 120 = 2 \cdot 60 = 3 \cdot 40 = \dots = 6 \cdot 20 = 120$$



Ebben a példában a pontokat nem kötjük össze vonalakkal, mivel a munkások számára vonatkozó adott értékek között nincsenek értékek.

Fordítottan arányos mennyiségek

Fordítottan arányos mennyiségek



y – függő változó (függvény)
 x – független változó

$$y = \frac{k}{x} \quad k = y \cdot x$$

Fordítottan arányos mennyiségek

19. példa: A gyalogosnak 24 km-es utat kell megtennie. Táblázattal és grafikonnal adjuk meg az összefüggést az út megtételéhez szükséges órák száma, valamint a gyalogos sebessége között.

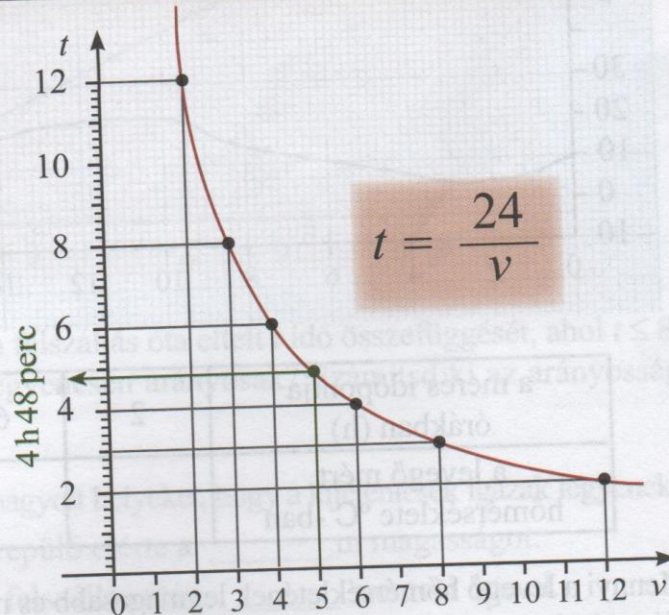
a gyalogos (v) sebessége $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ban kifejezve	2	3	4	6	8	12
a szükséges idő (t) órákban (h) kifejezve	12	8	6	4	3	2

Amikor fordítottan arányos mennyiségeket ábrázolunk grafikonnal, a vonal, amellyel a megfelelő értékeket ábrázoló pontokat összekötjük, **görbe**.

A grafikon alapján válaszolhatunk a következő kérdésekre:

- Mennyi idő alatt tesz meg a gyalogos 24 km utat, ha sebessége $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

A válasz: A gyalogos 4 óra 48 perc alatt teszi meg ezt az utat. (A t tengelyen a két vonalka közötti szakasznak 12 percnyi idő felel meg.)



Grafikon szemlélteti a 24 km-es út megtételéhez szükséges idő változását a sebességtől függően.

Feladat:

Ábrázold grafikonnal a következő fordítottan arányos mennyiséget

$$y = \frac{8}{x}$$

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!