

LINEÁRIS KÉTISMERETLENES EGYENLETRENDSZEREK

ISMÉTELJÜNK: EGYENLETEK

Az egyenlet olyan egyenlőség, amelyben legalább egy változó van.
A változót az egyenletben ismeretlenek nevezzük.

Ha az egyenletben csak egy ismeretlen van, akkor ez egyismeretlenes egyenlet.

$$5y+3x = 4$$

✗

$$4x^2 = 100$$

✓

$$9x-3=7x$$

✓

Lineáris (elsőfokú)
egyszeres egyenlet.

AZ EGYISMERETLENES EGYENLET MEGOLDÁSA

Az egyismeretlenes egyenlet megoldása az ismeretlennek minden olyan megengedett értéke, amelynek behelyettesítésével igaz numerikus egyenlőséget kapunk.

Egy egyenlet összes megoldása képezi az **egyenlet megoldáshalmazát**.

Egy egyenletet megoldani annyit jelent, mint megtalálni az összes megoldását, vagy igazolni, hogy nincs megoldása.

Hogyan oldjuk meg az egyenleteket ?
Ekvivalens egyenleteket állítunk elő, azzal a céllal, hogy végül eljussunk az egyenlet megoldott alakjához.

Ha az egyenlet két oldalán levő kifejezések helyet cserélnek, az eredetivel ekvivalens egyenletet kapunk.

$$3x + 1 = 4$$
$$4 = 3x + 1$$

Ha az egyenletet, vagy annak egy részét azonossággal felcseréljük, ekvivalens egyenletet kapunk.

$$3 \cdot (x + 2) = 7$$
$$3x + 6 = 7$$

Ha az egyenlet mindkét oldalához hozzáadjuk (kivonjuk belőle) ugyanazt a kifejezést, vagy az egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk (osztjuk) ugyanazzal a kifejezéssel, akkor ekvivalens egyenleteket kapunk.

Mi történik amikor egy tag átkerül az egyenlet egyik oldaláról a másikra ?

NÉZZÜNK EGY PÉLDÁT :

$$c) \frac{2}{3}x + 1 = -\frac{1}{2}x - 2 \quad \xrightarrow{\cdot 6} \cancel{6} \cdot \frac{2}{\cancel{3}_1}x + 6 \cdot 1 = \cancel{6} \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{2}_1}x\right) - 6 \cdot 2$$

$\frac{2}{3}x + 1 = -\frac{1}{2}x - 2 \quad / \cdot 6$	←	a könnyebb számolás érdekében mindkét oldalt szorozzuk a törtek nevezőinek legkisebb közös többszörösével
$4x + 6 = -3x - 12 \quad / +3x - 6$	←	az ismeretlenes tagokat a bal oldalra visszük, a szabad tagokat a jobb oldalra
$4x + 3x = -12 - 6$		
$7x = -18 \quad / : 7$		
$x = -\frac{18}{7}$		

KÉTISMERETLENES EGYENLETEK

Az egyenlőség, amelyben pontosan két ismeretlen van, **kétismeretlenes egyenletet** alkot.

Az x és y ismeretleneket tartalmazó **kétismeretlenes egyenlet megoldása** az (x_0, y_0) rendezett pár, $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$, olyan, hogy ha x -et x_0 -val és y -t y_0 -val helyettesítjük, az egyenlet igaz numerikus egyenlőséggé alakul.

A $3x + 2y = 7$ egy kétismeretlenes egyenlet, amelyben x és y az ismeretlenek.

Az $(1, 2)$ megoldása ennek az egyenletnek, mert:

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 7$$

igaz numerikus egyenlőség.

Az $(1, 3)$ nem megoldása ennek az egyenletnek, mert:

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 7$$

hamis numerikus egyenlőség.

Az összes rendezett pár, amely megoldása a kétismeretlenes egyenletnek, **az egyenlet megoldáshalmazát alkotja.**

Példa:
 $x - y = 5$

Megoldás: $x=8, y=3$ $(x,y) = (8, 3)$

Megoldás: $x=10, y=5$ $(x,y) = (10, 5)$

Megoldás: $x=x_0, y=x_0-5$ $(x,y) = (x_0, x_0-5)$

NÉZZÜNK EGY PÉLDÁT:

15 egyforma füzetért és 7 egyforma könyvért összesen 2550 dinárt fizettünk.
Mennyibe kerül egy füzet, és mennyibe kerül egy könyv ?

$$15F + 7K = 2550$$

Próbálkozzunk: Feltételezzük, hogy egy füzet 20 dinár, egy könyv 100 dinár. $F=20$, $K=100$

$$15 \cdot 20 + 7 \cdot 100 = 300 + 700 = 1000 \quad \times$$

Próbálkozzunk: Feltételezzük, hogy egy füzet 100 dinár, egy könyv 150 dinár. $F=100$, $K=150$

$$15 \cdot 100 + 7 \cdot 150 = 1500 + 1050 = 2550 \quad \checkmark$$

$$15 \cdot 93 + 7 \cdot 165 = 1395 + 1155 = 2550 \quad \checkmark$$

$$15 \cdot 79 + 7 \cdot 195 = 1185 + 1365 = 2550 \quad \checkmark$$

Mit kell még esetleg tudni, megadni, hogy csak egyetlenegy megoldása legyen az egyenletnek ?

Ha tudunk még egy információt, egy összefüggést a két ár között, akkor már másképp tudunk számolni.

Egy újabb információ: Egy könyv tízszer annyiba kerül, mint egy füzet. Akkor ezt így írjuk:

$$K = 10F$$

$$15F + 7K = 2550 \quad \longrightarrow \quad 15F + 7 \cdot 10F = 2550$$

$$15F + 70F = 2550$$

$$85F = 2550$$

$$F = 2550 : 85 = 30$$

$$K = 10 \cdot 30 = 300$$

LINEÁRIS KÉTISMERETLENES EGYENLETRENDSZER

Két elsőfokú egyenlet, melyekben két különböző ismeretlen van, **két kétismeretlenes egyenletből álló egyenletrendszert** alkot.

Az x és y ismeretlent tartalmazó **kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása** az (x_0, y_0) rendezett pár, $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$, amely a rendszer mindkét egyenletének a megoldása.

A két kétismeretlenes egyenletből álló egyenletrendszer általános alakja:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 \text{ és } c_2 \in \mathbb{R}$$

a_1, a_2 – az x ismeretlen **együtthatói**

b_1, b_2 – az y ismeretlen **együtthatói**

c_1, c_2 – **szabad tagok.**

Példa: Az adott rendszerek közül melyek megoldáshalmazához tartozik a $(1, -2)$ rendezett pár ?

a)

$$\begin{array}{l} \text{I. } 2x + 3y = -3 \\ \text{II. } -x + 4y = -7 \\ \hline x = 1, y = -2 \end{array}$$

I. $2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = 2 - 6 = -4$ ✘

b)

$$\begin{array}{l} \text{I. } 11x - \frac{1}{2}y = 12 \\ \text{II. } 5,5x = \frac{1}{4}y + 6 \\ \hline x = 1, y = -2 \end{array}$$

I. $11 \cdot 1 - \frac{1}{2}(-2) = 11 + 1 = 12$ ✔

II. $5,5 \cdot 1 = \frac{1}{4} \cdot (-2) + 6$

$$5,5 = -\frac{1}{2} + 6$$
$$5,5 = 5\frac{1}{2} \quad \checkmark$$

AZ ELŐZŐ PÉLDÁKBAN AZT ELLENŐRIZTŰK , HOGY AZ ELŐRE MEGADOTT RENDEZETT PÁR, BELETARTOZIK - E A RENDSZER MEGOLDÁSHALMAZÁBA.

DE HOGYAN KELL MEGOLDANI AZ EGYENLETRENDSZERT ?

ERRŐL LESZ SZÓ A KÖVETKEZŐ ÓRÁKON .

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET